FLORIN ANTOHE
BOGDAN ANTOHE
MARIUS ANTONESCU

Evaluarea Națională la finalul clasei a VIII-a

Matematică

• Memorator tematic
• 60 de teste, după modelul M.E.N., cu rezolvări

Cartea Românească
EDUCAȚIONAL

CUPRINS

ARITMETICĂ ȘI ALGEBRĂ

1. MULȚIMI

1.1. Relații (apartenență, egalitate, incluziune). Submulțime

Mulțimea reprezintă o colecție (grup, ansamblu) formată din obiecte distincte, care reprezintă elementele mulțimii.

Mulțimile se notează cu litere mari: $A, B, C, ..., P, R, ...$

Mulțimile se reprezintă într-unul din următoarele 3 moduri:

- Prin enumerarea elementelor: $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$;
- Prin enunțarea unei proprietăți caracteristice: $A = \{x \mid x$ este cifră pară$\}$;
- Prin diagrame Venn-Euler (Figura 1).

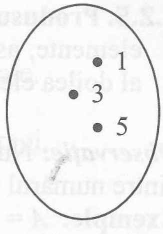


Figura 1

Numărul de elemente ale unei mulțimi se numește cardinalul respectivei mulțimi.

Exemplu: $A = \{1, 7, 11, 24, 35\}$ $\text{card}(A) = 5$

Mulțimea care nu are niciun element se numește mulțime vidă.

Relații:

1.1.1. Între un element și o mulțime: relația de apartenență.

Dacă un obiect face parte dintr-o mulțime, atunci spunem că aparține acelei mulțimi.

Exemplu: $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$. Vom spune că 1 aparține mulțimii A, 10 nu aparține mulțimii A. Notații: $1 \in A$; $10 \notin A$.

1.1.2. Între două mulțimi: relația de incluziune.

O mulțime A este inclusă într-o mulțime B, dacă orice element al mulțimii A este și element al mulțimii B.

Notăm: $A \subset B$.

Dacă mulțimea A este inclusă în mulțimea B, atunci A se numește submulțime (parte) a mulțimii B.

O altă relație între mulțimi este egalitatea (=). Două mulțimi sunt egale dacă au aceleași elemente.

1.2. Operații cu mulțimi (reuniune, intersecție, diferență, produs cartezian)

1.2.1. Reuniunea a două mulțimi A și B este mulțimea elementelor care aparțin cel puțin uneia dintre ele.

Important: Elementele comune se iau o singură dată.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}.$$

1.2.2. Intersecția a două mulțimi A și B este mulțimea elementelor comune celor două mulțimi.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}.$$

Dacă intersecția a două mulțimi este mulțimea vidă, atunci mulțimile se numesc disjuncte.

Considerăm două mulțimi A și B.

1.2.3. Diferența mulțimilor A și B este o nouă mulțime care conține elementele care se găsesc în A și nu se găsesc în B:

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}.$$

În mod evident, diferența dintre mulțimea B și mulțimea A va conține elementele care se găsesc în B și nu se găsesc în A.

1.2.4. Diferența simetrică a mulțimilor A și B se definește astfel:

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A).$$

1.2.5. Produsul cartezian este mulțimea formată din toate perechile ordonate de elemente, astfel încât primul element al perechii să aparțină primei mulțimi, iar al doilea element al perechii să aparțină celei de-a doua mulțimi:

$$A \times B = \{(x; y) \mid x \in A \text{ și } y \in B\}.$$

Observație: Numărul elementelor produsului cartezian $A \times B$ este egal cu produsul dintre numărul elementelor mulțimii A și numărul elementelor mulțimii B.

Exemple: $A = \{1; 2; 3\}$; $B = \{3; 4\}$

$A \cup B = \{1; 2; 3; 4\}$; $A \setminus B = \{1; 2\}$; $A \cap B = \{3\}$; $B \setminus A = \{4\}$

$A \times B = \{(1; 3); (1; 4); (2; 3); (2; 4); (3; 3); (3; 4)\}$.

1.3. Mulțimi finite. Mulțimi infinite

O mulțime care are n elemente, unde n este un număr natural, este o mulțime finită.

Exemplu: mulțimea elevilor dintr-o școală, mulțimea divizorilor unui număr.

O mulțime care nu este finită se numește mulțime infinită (are un număr infinit de elemente).

Exemplu: mulțimea multiplilor unui număr, mulțimea numerelor naturale, întregi etc.

1.4. Mulțimile:

$\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{R} - \mathbb{Q}, \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

- Mulțimea numerelor naturale se notează cu $\mathbb{N}$:

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, ..., n, ...\}$; $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\}$.

- Mulțimea numerelor întregi se notează cu $\mathbb{Z}$:

$\mathbb{Z} = \{..., -n, ..., -2, -1, 0, 1, 2, ..., n, ...\}$.

Observăm că mulțimea numerelor întregi se obține reunind mulțimea numerelor naturale cu întregii negativi obținuți prin simetrizarea numerelor naturale față de originea axei:

$\mathbb{Z}_- = \{..., n, ..., -3, -2, -1\}$; $\mathbb{Z}_+ = \{1, 2, 3, 4, ..., n, ...\}$; $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} - \{0\}$.

- Mulțimea numerelor raționale:

$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^*\right\}$; $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} - \{0\}$, $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ reprezintă mulțimea numerelor iraționale.

Reunind mulţimea numerelor raţionale cu cea a numerelor iraţionale, obţinem mulţimea numerelor reale, care se notează cu $\mathbb{R}$.

Exemple: Numere naturale: 1; 2; 3; 4; 5; 6;

Numere întregi: –2; –7; –9; 12; 13;

Numere raţionale: $-7; 12; \frac{3}{7}; -\frac{19}{8};$

Numere iraţionale: $\sqrt{3};\ 2\sqrt{7};\ -\sqrt{231};\ 1-\sqrt{3};\ 3+\sqrt{2};\ \pi.$

Foarte importantă este relaţia de incluziune dintre toate aceste mulţimi de numere: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Aplicaţii:

1. Daţi exemplu de 3 numere care sunt întregi, dar nu sunt naturale.

Răspuns: –3; –5; –7 sau orice alt întreg negativ.

2. Daţi exemplu de 3 numere care sunt raţionale, dar nu sunt întregi.

Răspuns: $\frac{3}{7}; \frac{15}{2}; \frac{8}{3}.$

3. Daţi exemplu de 3 numere reale care nu sunt raţionale.

Răspuns: $\sqrt{13}; -2\sqrt{19}; \sqrt{32}.$

4. Fie mulţimea $A = \left\{\frac{8}{-4}; \sqrt{0,(4)}; \frac{-15}{-3}; -\sqrt{12}; \sqrt{0,(2)}; +\sqrt{4}; 3; \sqrt{5\frac{4}{9}}\right\}.$

Determinaţi: $A \cap \mathbb{N}$; $A \cap \mathbb{Z}$; $A \cap \mathbb{Q}$; $A \cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$; $A - \mathbb{Z}$

$$A = \left\{-2; \frac{2}{3}; 5; -2\sqrt{3}; \frac{\sqrt{2}}{3}; 2; 3; \frac{7}{3}\right\}$$

$$A \cap \mathbb{N} = \{2; 3; 5\}; A \cap \mathbb{Z} = \{-2; 2; 3; 5\}; A \cap \mathbb{Q} = \left\{-2; 2; 3; 5; \frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right\}.$$

$$A \cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q}) = \left\{-2\sqrt{3}; \frac{\sqrt{2}}{3}\right\}; A - \mathbb{Z} = \left\{\frac{2}{3}; -2\sqrt{3}; \frac{\sqrt{2}}{3}; \frac{7}{3}\right\}.$$

1.5. Scrierea numerelor naturale în baza 10

Sistemul de numeraţie folosit cu precădere în practică este sistemul zecimal, adică sistemul cu baza 10. Baza unui sistem de numeraţie este numărul care arată câte unităţi de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior. Sistemul zecimal este poziţional. Acesta utilizează pentru scrierea numerelor zece cifre: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

$\overline{ab} = a \cdot 10 + b$, unde a şi b sunt cifre, $a \neq 0$.

$\overline{abc} = a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c$, unde a, b, c sunt cifre, $a \neq 0$.

$\overline{a_n a_{n-1} a_{n-2} \ldots a_2 a_1 a_0} = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot 10 + a_0.$

Exemplu: $15724 = 1 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 4.$

Aplicație: Găsiți toate numerele naturale de două cifre de forma $\overline{ab}$, care verifică egalitatea: $2\overline{ab}+\overline{ba}=15(a+b)$.

Soluție: $2\overline{ab}+\overline{ba}=15(a+b) \Rightarrow 2(10a+b)+10b+a=15a+15b$
$\Rightarrow 20a+2b+10b+a=15a+15b \Rightarrow 21a+12b=15a+15b \Rightarrow 6a=3b$
$\Rightarrow 2a=b \Rightarrow \overline{ab} \in \{12;24;36;48\}$.

1.6. Propoziții adevărate și propoziții false

Propoziția este un enunț care poate fi adevărat sau fals. Un enunț este o succesiune de semne căreia i se poate atribui un sens.

Exemple de propoziții matematice:

1. $7+5=12$;
2. Suma a două numere naturale consecutive este un număr impar;
3. $14-5=9$.

Exemple de enunțuri care nu sunt propoziții matematice:

1. Ce mai faci?
2. El are ochii verzi.

Oricărei propoziții i se asociază o valoare de adevăr. Dacă este adevărată, spunem că are valoarea de adevăr A sau 1, iar dacă este falsă, spunem că are valoarea de adevăr F sau 0.

Propoziție adevărată și propoziție falsă:
$1+2+3+ ... 20=210 \quad 18-15<2$.

1.7. Împărțirea cu rest a numerelor naturale

Teorema împărțirii cu rest: Oricare ar fi două numere naturale a și b, $b \neq 0$, există numerele naturale q și r, unic determinate, astfel încât: $a = b \cdot q + r$, $r < b$, unde:
a – deîmpărțit, q – cât, b – împărțitor și r – rest.
Dacă restul împărțirii lui a la b este 0, spunem că împărțirea dintre a și b este exactă.

Aplicație: Suma a două numere este 66. Dacă se împarte unul la celălalt, obținem câtul 3 și restul 2. Aflați cele două numere.

Soluție: Fie a și b cele două numere căutate.
Prima relație conduce la $a + b = 66$, iar a doua, la $a : b = 3$ rest 2, iar prin aplicarea teoremei împărțirii cu rest devine $a = 3b + 2$. Înlocuind în prima relație, avem: $3b + 2 + b = 66$, $4b = 64$, $b = 16$; $a = 50$.

1.8. Divizibilitatea în ℕ: divizor, multiplu, proprietăți

Un număr natural b este divizor al unui număr natural a dacă există un număr natural c, astfel încât $a = b \cdot c$. În acest caz, a este multiplu al lui b.

Notații: $b \mid a$ și citim b divide pe a sau b este divizor al lui a.
$a \vdots b$ și citim a este divizibil cu b sau a este multiplu al lui b.

Dacă a este un număr natural, atunci mulțimea divizorilor lui a se notează D_a, iar mulțimea multiplilor lui a se notează M_a.

Exemple:

a) Mulțimea divizorilor lui 12: $D_{12} = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$.

b) Mulțimea multiplilor lui 12: $M_{12} = \{0; 12; 24; 36; ...; 12m; ...\}$.

Rețineți!

Numărul 0 este multiplu pentru orice număr natural.

Pentru numărul 12, divizorii 1 și 12 se numesc divizori improprii, iar 2, 3, 4 și 6 se numesc divizori proprii.

Proprietățile relației de divizibilitate:

1. Orice număr natural se divide cu el însuși: $a \vdots a$.
2. Orice număr natural este divizibil cu 1: $a \vdots 1$. Din această proprietate putem deduce că 1 este divizor pentru orice număr natural.
3. 0 este divizibil cu orice număr natural: $0 \vdots a$.
4. Dacă numărul a este divizibil cu b și numărul b este divizibil cu a, atunci cele două numere sunt egale: $a \vdots b$ și $b \vdots a \Rightarrow a = b$.
5. Fie a, b, c trei numere naturale. Dacă b este divizibil cu a și c este divizibil cu b, atunci c este divizibil cu a: $b \vdots a$ și $c \vdots b \Rightarrow c \vdots a$.
6. Dacă două numere a și b sunt divizibile cu un al treilea număr n, atunci și suma (diferența) celor două numere a și b este divizibilă cu n: $a \vdots n$ și $a \vdots n$ și $b \vdots n \Rightarrow$ $\Rightarrow (a+b) \vdots n$ și $(a-b) \vdots n$.

Exemplu: $54 \vdots 6$ și $18 \vdots 6$, atunci este evident că $72 \vdots 6$ și $36 \vdots 6$

7. Dacă un număr a este divizibil cu p, atunci orice multiplu al lui a se divide cu p.
8. Dacă un număr natural este divizibil cu două numere prime între ele, atunci acel număr este divizibil cu produsul lor.

Aplicații:

1. Determinați elementele mulțimilor:

a) $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \dfrac{21}{2x+3} \in \mathbb{Z}\right\}$; b) $B = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \dfrac{3x+9}{2x-3} \in \mathbb{Z}\right\}$.

Soluție:

a) $2x + 3 \in D_{21} \Rightarrow 2x + 3 \in \{\pm1; \pm3; \pm7; \pm21\} \Rightarrow 2x \in \{-2; -4; 0; -6; 4; -10; 18; -24\} \Rightarrow x \in \{-1; -2; 0; -3; 2; -5; 9; -12\} \Rightarrow A = \{-12; -5; -3; -2; -1; 0; 2; 9\}$.

b) $\begin{array}{l} 2x-3 \mid 3x+9 \Rightarrow 2x-3 \mid -2(3x+9) \Rightarrow 2x-3 \mid -6x-18 \\ 2x-3 \mid 2x-3 \Rightarrow 2x-3 \mid 3(2x-3) \Rightarrow 2x-3 \mid 6x-9 \end{array} \Rightarrow 2x-3 \mid -27$

$\Rightarrow 2x - 3 \in \{\pm1; \pm3; \pm9; \pm21\} \Rightarrow 2x \in \{4; 2; 6; 0; 12; -6; 30; -24\} \Rightarrow$
$\Rightarrow x \in \{-12; -3; 0; 1; 2; 3; 6; 15\}$.

2. Aflați toate perechile de numere naturale $(x; y)$ care verifică relația:

$$xy + 4x + 4y + 16 = 15.$$

Soluție: $x(y+4) + 4(y+4) = 15 \Rightarrow (x+4)(y+4) = 15$

1. $x + 4 = 3 \Rightarrow x = -1$ și $y + 4 = 5 \Rightarrow y = 1$.

2. $x + 4 = 5 \Rightarrow x = 1$ și $y + 4 = 3 \Rightarrow y = -1$.

3. $x+4=1 \Rightarrow x=-3$ și $y+4=15 \Rightarrow y=11$.
4. $x+4=15 \Rightarrow x=11$ și $y+4=1 \Rightarrow y=-3$.

Observăm că soluția este mulțimea vidă.

1.9. Criterii de divizibilitate cu 10, 2, 5 și 3.

Criteriile de divizibilitate sunt reguli cu ajutorul cărora putem observa imediat dacă un număr este divizibil cu un alt număr.

1.9.1. Criteriul de divizibilitate cu 2: Un număr natural este divizibil cu 2 dacă și numai dacă ultima cifră a numărului este pară (adică, una dintre cifrele 0, 2, 4, 6, 8).

Exemple: 356, 1568, 29342 sunt numere divizibile cu 2.

1.9.2. Criteriul de divizibilitate cu 5: Un număr natural este divizibil cu 5 dacă și numai dacă ultima cifra a numărului este 0 sau 5.

Exemple: 115; 320; 15675 sunt numere divizibile cu 5.

1.9.3. Criteriul de divizibilitate cu 10: Un număr natural este divizibil cu 10 dacă și numai dacă ultima cifră a numărului este 0.

Exemple: 10; 500; 2000 sunt numere divizibile cu 10.

1.9.4. Criteriul de divizibilitate cu 3: Un număr natural este divizibil cu 3 dacă și numai dacă suma cifrelor sale se divide cu 3 (multiplu de 3).

Exemple: 312; 657; 876; 4068; 7689 sunt numere divizibile cu 3.

1.10. Numere prime și numere compuse

Un număr se numește prim dacă are exact doi divizori: pe 1 și pe el însuși.

Numerele prime mai mici decât 50 sunt: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47.

Numerele naturale care nu sunt prime se numesc compuse.

Deci, numerele naturale care au cel puțin 3 divizori sunt compuse.

Numărul 1 nu este nici număr prim, nici număr compus.

Exemple de numere compuse: 4, 6, 8, 9, 10, 12.

1.11. Numere pare și numere impare

Numerele de forma $2 \cdot k$ se numesc numere pare, iar cele de forma $2 \cdot k + 1$ se numesc numere impare.

Mulțimea numerelor pare: $\{0; 2; 4; 6; ...; 2n; ...\}$.

Mulțimea numerelor impare: $\{1; 3; 5; 7; 9; ...; 2n+1; ...\}$.

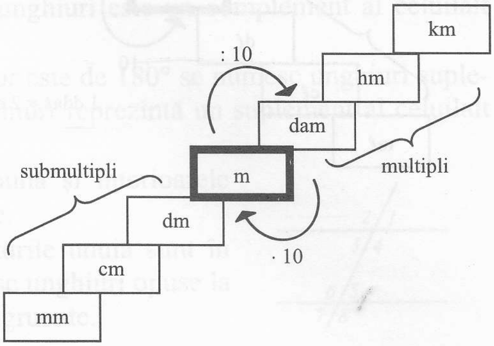
Este important de știut ce fel de număr obținem (par sau impar), atunci când adunăm (scădem, înmulțim) numere de aceeași paritate sau parități diferite:

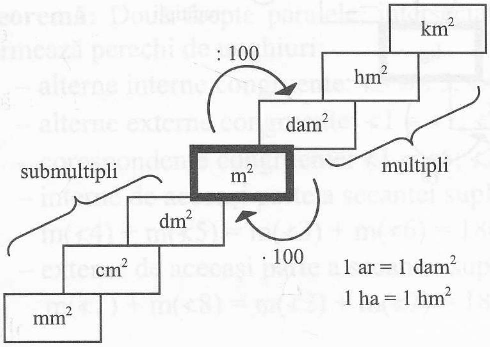
a	b	$a+b$	$a-b$	$a \cdot b$
par	par	par	par	par
par	impar	impar	impar	par
impar	par	impar	impar	par
impar	impar	par	par	impar

GEOMETRIE

1.1. Măsurare și măsuri

Unitatea de măsură standard pentru lungime este metrul (m).

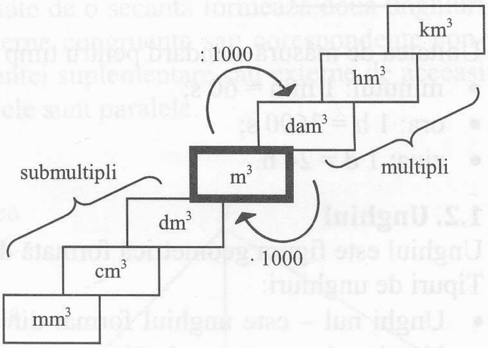




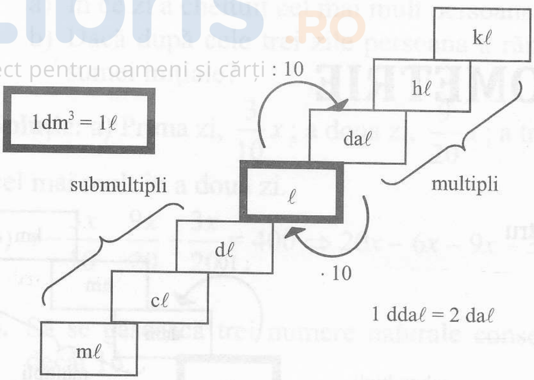
1 ar = 1 dam^2

1 ha = 1 hm^2

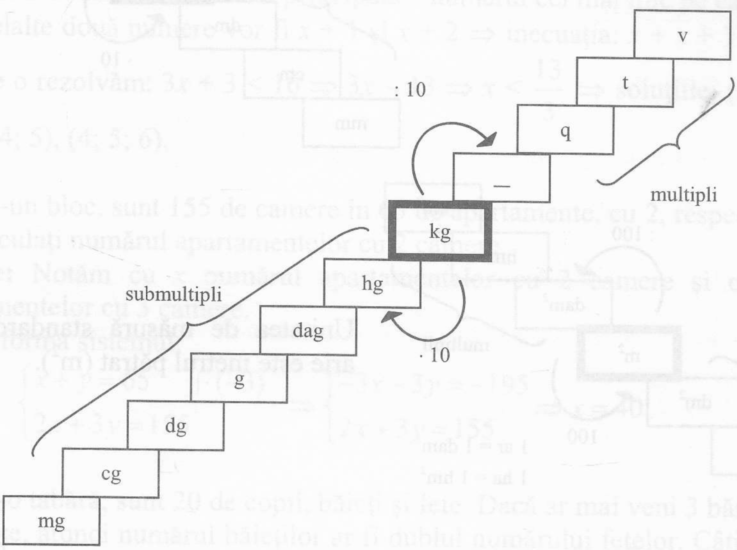
Unitatea de măsură standard pentru arie este metrul pătrat (m^2).



Unitatea de măsură standard pentru volum este metrul cub (m^3); pentru capacitate este litrul (ℓ).



Unitatea de măsură standard pentru masă este kilogramul (kg).



Unitatea de măsură standard pentru timp este secunda.

- minutul: 1 min = 60 s;
- ora: 1 h = 3600 s;
- ziua: 1 d = 24 h.

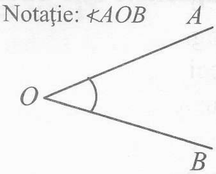
1.2. Unghiul

Unghiul este figura geometrică formată de două semidrepte cu originea comună.

Tipuri de unghiuri:

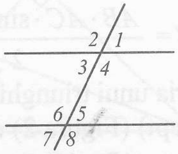
- Unghi nul – este unghiul format din două semidrepte identice și are măsura de 0°.
- Unghi alungit – este unghiul format din două semidrepte opuse și are măsura de 180°.
- Unghi propriu – este un unghi, care nu este nici nul, nici alungit.

Notație: $\sphericalangle AOB$



Clasificarea unghiurilor proprii:

- Unghi ascuțit – are măsura mai mică de 90°.
- Unghi drept – are măsura egală cu 90°.
- Unghi obtuz – are măsura mai mare de 90°.
- Două unghiuri se numesc congruente dacă au aceeași măsură.
- Două unghiuri a căror suma a măsurilor este de 90° se numesc unghiuri complementare. Fiecare dintre cele două unghiuri este un complement al celuilalt unghi.
- Două unghiuri a căror sumă a măsurilor este de 180° se numesc unghiuri suplementare. Fiecare dintre cele două unghiuri reprezintă un suplement al celuilalt unghi.
- Două unghiuri care au o latură comună și interioarele disjuncte se numesc unghiuri adiacente.
- Unghiurile care au același vârf și laturile unuia sunt în prelungirile laturilor celuilalt se numesc unghiuri opuse la vârf. Unghiurile opuse la vârf sunt congruente.



Teoremă: Două drepte paralele, intersectate de o secantă vezi figura de mai sus, formează perechi de unghiuri:

– alterne interne congruente: $\sphericalangle 3 \equiv \sphericalangle 5$; $\sphericalangle 4 \equiv \sphericalangle 6$;

– alterne externe congruente: $\sphericalangle 1 \equiv \sphericalangle 7$; $\sphericalangle 2 \equiv \sphericalangle 8$;

– corespondente congruente: $\sphericalangle 1 \equiv \sphericalangle 5$; $\sphericalangle 2 \equiv \sphericalangle 6$; $\sphericalangle 4 \equiv \sphericalangle 8$; $\sphericalangle 3 \equiv \sphericalangle 7$;

– interne de aceeași parte a secantei suplementare:
$m(\sphericalangle 4) + m(\sphericalangle 5) = m(\sphericalangle 3) + m(\sphericalangle 6) = 180°$;

– externe de aceeași parte a secantei suplementare:
$m(\sphericalangle 1) + m(\sphericalangle 8) = m(\sphericalangle 2) + m(\sphericalangle 7) = 180°$.

Teoremă reciprocă: Dacă două drepte tăiate de o secantă formează două unghiuri alterne interne congruente sau alterne externe congruente sau corespondente congruente sau interne de aceeași parte a secantei suplementare sau externe de aceeași parte a secantei suplementare, atunci dreptele sunt paralele.

1.3. Triunghiul

Figura geometrică obținută prin reuniunea a trei segmente $[AB]$, $[BC]$ și $[CA]$, A, B, C puncte necoliniare, se numește triunghi.

Perimetrul unui triunghi reprezintă suma lungimilor laturilor.

Deci, pentru triunghiul ABC, perimetrul este $\mathscr{P} = AB + AC + BC$.

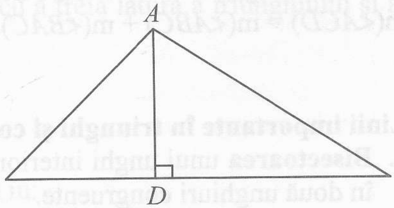


Figura 1

Aria unui triunghi este egală cu jumătate din produsul dintre o latură și înălțimea corespunzătoare (Figura 1).

$\mathscr{A}_{\Delta ABC} = \dfrac{BC \cdot AD}{2}$

O altă formulă pentru calculul ariei unui triunghi este formula lui Heron. Aceasta este utilă atunci când cunoaștem lungimile laturilor triunghiului.

$\mathscr{A} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, unde p este semiperimetrul, iar a este latura BC, b este latura AC și c este latura AB:

$p = \dfrac{a+b+c}{2}$.

Altă formulă pentru calculul ariei unui triunghi, în care intervin și funcțiile trigonometrice, este următoarea:

$\mathscr{A} = \dfrac{AB \cdot AC \cdot \sin(\sphericalangle BAC)}{2}$.

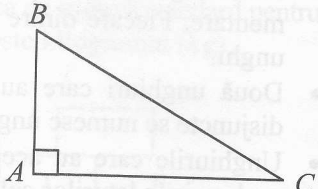


Figura 2

Aria unui triunghi dreptunghic (triunghiul cu un unghi drept) (Figura 2) este semiprodusul catetelor:

$\mathscr{A} = \dfrac{AB \cdot AC}{2}$.

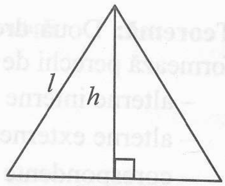


Figura 3

Aria triunghiului echilateral (Figura 3) în funcție de latură se calculează astfel: $\mathscr{A} = \dfrac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$.

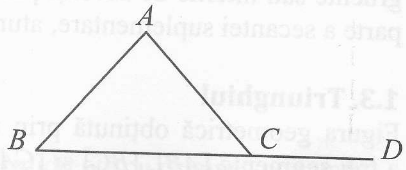
Înălțimea triunghiului echilateral în funcție de latură are următoarea formulă: $h = \dfrac{l \cdot \sqrt{3}}{2}$.

În orice triunghi, produsul dintre lungimea înălțimii și lungimea laturii corespunzătoare ei este constant:

$$b_1 \cdot h_1 = b_2 \cdot h_2 = b_3 \cdot h_3.$$

În orice triunghi, suma măsurilor unghiurilor este de 180°.

Teorema unghiului exterior. Un unghi exterior triunghiului ABC este unghiul ACD. Măsura unui unghi exterior este egală cu suma măsurilor unghiurilor interioare nealăturate: m($\sphericalangle ACD$) = m($\sphericalangle ABC$) + m($\sphericalangle BAC$).



Linii importante în triunghi și concurența lor:

1. **Bisectoarea** unui unghi interior este segmentul de dreaptă care împarte unghiul în două unghiuri congruente.
2. **Mediana** este segmentul de dreaptă determinat de un vârf al triunghiului și mijlocul laturii opuse.
3. **Mediatoarea** este dreapta perpendiculară pe o latură dusă prin mijlocul ei.